

**MIHAI IOANA**

**MATEI FLORINELA**

**NEDELUȘ AURELIA**

**PROBLEME  
PREGĂTITOARE  
PENTRU GIMNAZIU**

⇒ **PROBLEME REZOLVATE**

⇒ **PROBLEME PROPUSE**

⇒ **RĂSPUNSURI**

## INTRODUCERE

Pentru lucrarea de față am încercat să arătăm importanța rezolvării problemelor în învățământul matematic în ciclul primar, dar și gimnazial. Am trecut în revistă metode de rezolvare a unei probleme, pașii care trebuie urmăriți pentru a putea rezolva o problemă.

Din experiență, am observat că rezolvarea unei probleme de către elevi constituie o adevărată „problemă” pentru unii dintre ei. Puși în fața unei probleme, cei mai mulți se blochează, făcând astfel aproape imposibilă rezolvarea ei.

În această lucrare am încercat să arătăm că un dascăl are la dispoziție „cheia” cu care poate debloca elevul. Am arătat astfel că rezolvarea unei probleme poate deveni un lucru relativ simplu, dacă urmărești pașii rezolvării unei probleme.

Activitatea de rezolvare a problemelor oferă termenul cel mai larg din domeniul activității matematice pentru cultivarea creativității și inventivității. Este o mare diferență între „a învăța” rezolvarea unei probleme și „a ști”( a putea) să rezolvi o problemă nou întâlnită pentru prima dată. Activitatea de rezolvare a problemelor înseamnă în esență „creativitate”, dar la niveluri diferite. Rezolvarea unei probleme „învățate” oferă mai puțin teren pentru creativitate decât rezolvarea unei probleme noi care este depășită de alcătuirea unor probleme noi de către elevi.

A ști să rezolvi o problemă presupune a avea capacitățile necesare pentru rezolvarea oricărei probleme întâlnită pentru prima dată. Aceste capacități se referă la:

C1:cunoașterea enunțului problemei;

C2:înțelegerea enunțului problemei;

C3:analiza problemei și întocmirea unei schițe logice de rezolvare;

C4:întocmirea unui plan de rezolvare;

C5:efectuarea de activități suplimentare;

- Verificarea rezultatului;
- Scrierea sub formă de exercițiu;
- Găsirea altei căi sau metode de rezolvare;
- Generalizarea problemei;
- Compunerea unei probleme pornind de la o schema asemănătoare;

În cadrul *cunoașterii enunțului problemei*, rezolvitorul(elevul) trebuie să afle care sunt datele problemei, cum se leagă între ele, care este cerința problemei și ce nu cunoaștem în problema. Pentru aceasta :

- se va citi problema de mai multe ori, până la însușirea ei de către toți elevii clasei;
- textul problemei va fi citit expresiv, punând în evidență datele problemei, legăturile dintre ele, precum și întrebarea problemei. Se vor scrie pe tabla, respectiv pe caiete, datele problemei.

*Înțelegerea enunțului problemei:* odată înțeles textul problemei, elevul va fi capabil să construiască raționamentul rezolvării ei. Profesorul este cel care îndruma elevii în delimitarea datelor unei probleme, a relațiilor dintre ele. El îi va determina pe elevi să deosebească ipoteza (ceea ce cunoaște) de concluzie (ceea ce se cere), prin citirea și recitirea textului problemei, prin ilustrarea lui cu imagini sugestive și dacă este cazul chiar prin acțiuni concrete.

*Întocmirea unei schițe logice de rezolvare:*

- se construiește drumul de legătură între datele problemei, necunoscuta sau necunoscutele problemei;
- elevii transpun problema în relații matematice prin exerciții de analiză a datelor, a semnificației lor, a relațiilor dintre ele, descoperind practic soluția problemei;
- o mare semnificație în formarea priceperilor și a deprinderilor de a rezolva probleme o are etapa de verificare a soluției problemei care, deși este o etapă facultativă, realizează autocontrolul asupra faptului în care s-a efectuat raționamentul matematic, asupra corectitudinii lui și a demersului logic de rezolvare.

Cele mai multe dintre problemele de matematică ce se rezolvă în ciclul primar urmăresc un anumit algoritm specific tipului, familiei de probleme din care face parte. O problemă este teoretic rezolvată în momentul în care i-am stabilit și sunt în posesia *algoritmului de rezolvare*.

Elevul trebuie să cuprindă în sfera gândirii sale întregul „film” al desfășurării raționamentului și să-l dețină drept element esențial pe care apoi să-l generalizeze la întreaga categorie de probleme. Profesorul are rolul de călăuză a activității elevului, de îndrumător confirmând sau infirmând rezolvarea corectă a unei probleme astfel încât elevul să resimtă farmecul, atracția și înclinația spre rezolvarea de probleme, pentru matematica.

Rezolvarea problemelor de aritmetică reprezintă o sursă inepuizabilă de aplicare a metodei problematizării. Există două căi de rezolvare a unei probleme:

- a) *Prin raționament aritmetic*-raționament cu bogate valențe formative în procesul de învățământ, ilustrând rezolvările problemei tipice;

b) *Prin algebră* (punând problema în ecuație sau sistem de ecuații și rezolvându-o)

În cele ce urmează vom insista pe rezolvarea problemelor algebrice, cu ajutorul ecuației-metoda mai simplă uneori decât metoda grafică (figurativă) mai ales în problemele gen „rest din rest” care au un enunț ce le evidențiază denumirea. Se numește *a mersului invers*, deoarece operațiile se reconstituie în sens invers acțiunii problemei, adică de la sfârșit spre început, fiecărei operații corespunzându-i inversa ei. Metoda mersului invers se aplică atât în rezolvarea ecuațiilor numerice care conțin un element necunoscut, cât și în rezolvarea problemelor care se încadrează în tipul respectiv.

### **Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor**

Pentru rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor trebuie să amintim pașii necesari și anume:

- stabilim necunoscuta problemei și o notăm
- scriem datele problemei în funcție de această necunoscută
- punem problema în ecuație
- rezolvăm ecuația
- interpretăm soluția și formulăm răspunsul problemei
- proba

Definiție: Relația stabilită între două numere naturale cu ajutorul semnului egal este o relație de egalitate.

- Într-o egalitate putem aduna același număr în ambii membri și obținem tot o egalitate: dacă  $a=b$  atunci  $a+c=b+c$ .
- Într-o egalitate putem scădea în ambii membri același număr și obținem tot o egalitate: dacă  $a=b$ , atunci  $a-c=b-c$ , cu  $a>c$  sau  $a=c$ , respectiv  $b>c$  sau  $b=c$ .
- Într-o egalitate putem mări ambii membri de același număr de ori și obținem tot o egalitate: dacă  $a=b$  atunci  $ac=bc$ , oricare ar fi nr. naturale  $a, b, c$ .
- Într-o egalitate putem micșora ambii membri de același număr de ori (diferit de zero) și obținem tot o egalitate: dacă  $a:c=b:c$  ( $c$  diferit de zero).
- Dacă  $a=b$  și  $c=d$  atunci  $a+c=b+d$ ;
- $a-c=b-d$  ( $a \geq c, b \geq d$ )
- $a \cdot c = b \cdot d$
- $a:c=b:d$  cu  $c$  și  $d \neq 0$

Ecuția este propoziția matematică cu o necunoscută în care apare o singură dată semnul egal.

A rezolva o ecuație înseamnă a afla valoarea necunoscutei.

În ciclul primar se lucrează cu ecuații fără se folosească denumirea de ecuație. Proprietățile relației de egalitate de mai sus pot fi aplicate în rezolvarea ecuațiilor (în determinarea necunoscutei) de mai sus, pot fi aplicate în rezolvarea ecuațiilor (în aflarea necunoscutei) și chiar într-o egalitate mult mai complicată, de aflare a necunoscutei conținând și paranteze.

Vom încerca să punem în evidență această metodă legând de la rezolvarea unor probleme cu ajutorul ecuațiilor, probleme simple, măbind pe parcurs gradul de dificultate.

### **Probleme rezolvate prin ecuații simple**

1. Irina a cumpărat de cinci ori mai puține timbre decât Mihai. Câte timbre a cumpărat Mihai dacă Irina a cumpărat 1450 de timbre?

Soluție: notăm cu  $x$  –nr. timbrelor cumpărate de Mihai

$$x:5=1450,$$

$$x=1450 \cdot 5;$$

$$x=7250$$

$$R:7250$$

2. Elevii claselor a II-a A și a III-a B de la Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” din Alexandria au plantat 2476 puieți de pomi fructiferi. Elevii clasei a II-a A, fiind mai mulți prezenți, au plantat de 3 ori mai mulți puieți decât cei din clasa a III-a B. Aflați câți puieți au plantat elevii clasei a III-a B?

Soluție: notăm cu  $x$  –nr. puieților plantați de elevii clasei a III-a B.

$3 \cdot x$  –nr. puieților plantați de elevii clasei a II-a A

$$3 \cdot x + x = 2476$$

$$4 \cdot x = 2476$$

$$x = 2476 : 4$$

$$x = 619 \text{ (nr. puieților plantați de elevii clasei a III-a B)}$$

$$R:619$$

3. Dacă la triplul unui număr adunăm 9, obținem 45. Aflați numărul.

Soluție: notăm cu  $x$  –numărul necunoscut

$$3 \cdot x + 9 = 45$$

$$3 \cdot x = 45 - 9$$

$$3 \cdot x = 36$$

$$X = 36 : 3$$

$$X = 12$$

$$R: 12$$

4. Dacă din dublul unui nr. scădem 36, obținem 56. Aflați numărul.

Soluție: notăm cu  $x$  –nr. necunoscut

$$2 \cdot x - 36 = 56$$

$$2 \cdot x = 56 + 36$$

$$2 \cdot x = 92$$

$$X = 92 : 2$$

$$X = 46$$

$$R: 46$$

5. Într-o tabără sunt de trei ori mai mulți băieți decât fete. Dacă din tabără ar pleca 14 băieți și ar veni 17 fete, atunci numărul băieților ar fi dublul numărului fetelor. Câte fete și cați băieți sunt în tabără?

Soluție : notăm cu  $b$ -nr. băieților și cu  $f$ -nr. fetelor

$$b = 3f$$

$$3f - 14 = 2(f + 17)$$

$$3f - 14 = 2f + 34$$

$$3f - 2f = 34 + 14$$

$$f = 48$$

$$b=48 \cdot 3$$

$$b=144$$

R:fete =48 și băieți=144

6. Ioana merge la patiserie și cumpără cornuri. Dacă ar cumpăra 3 cornuri, i-ar rămâne 70 de lei, iar dacă ar cumpăra 5 cornuri, i-ar mai trebui 30 lei. Câți lei costă un corn?

Soluție : notăm cu  $x$  –prețul unui corn

$5x-30$  și  $3x+70$  sunt cele două reprezentări ale sumei de bani pe care o are Ioana

$$5 \cdot x - 30 = 3 \cdot x + 70$$

$$5 \cdot x - 3 \cdot x = 70 + 30$$

$$2 \cdot x = 100$$

$$X = 100 : 2$$

$$X = 50 \text{ (prețul unui corn)}$$

$$R: 50$$

























## PROBLEME CARE SE REZOLVĂ PRIN METODA COMPARAȚIEI

**Metoda comparației** constă în scrierea datelor problemei unele sub altele, încercând să se egaleze datele privitoare la o mărime în cele două situații, prin multiplicarea datelor uneia sau ambelor situații, după caz.

Exemplu:

Un croitor folosește pentru 6 fuste și 5 perechi de pantaloni 27 m stofă. Când face 7 perechi de pantaloni și 6 fuste, folosește 33 m stofă. Câți m de stofă se folosesc pentru o fustă și câți pentru o pereche de pantaloni?

Rezolvare : Așezăm datele problemei astfel:

6 fuste ..... 5 pantaloni ..... 27 m stofă

6 fuste ..... 7 pantaloni ..... 33 m stofă

$$7 - 5 = 2 \text{ (pantaloni) ..... } 33 - 27 = 6 \text{ (m stofă)}$$

$$6 : 2 = 3 \text{ (m stofă pt. o pereche de pantaloni)}$$

$$3 \times 5 = 15 \text{ (m stofă pt. 5 perechi de pantaloni)}$$

$$27 - 15 = 12 \text{ (m stofă pt. 6 fuste)}$$

$$12 : 6 = 2 \text{ (m stofă pt. o fustă)}$$

*Răspuns: 2 m stofă pt. o fustă și 3 m stofă pt. o pereche de pantaloni.*

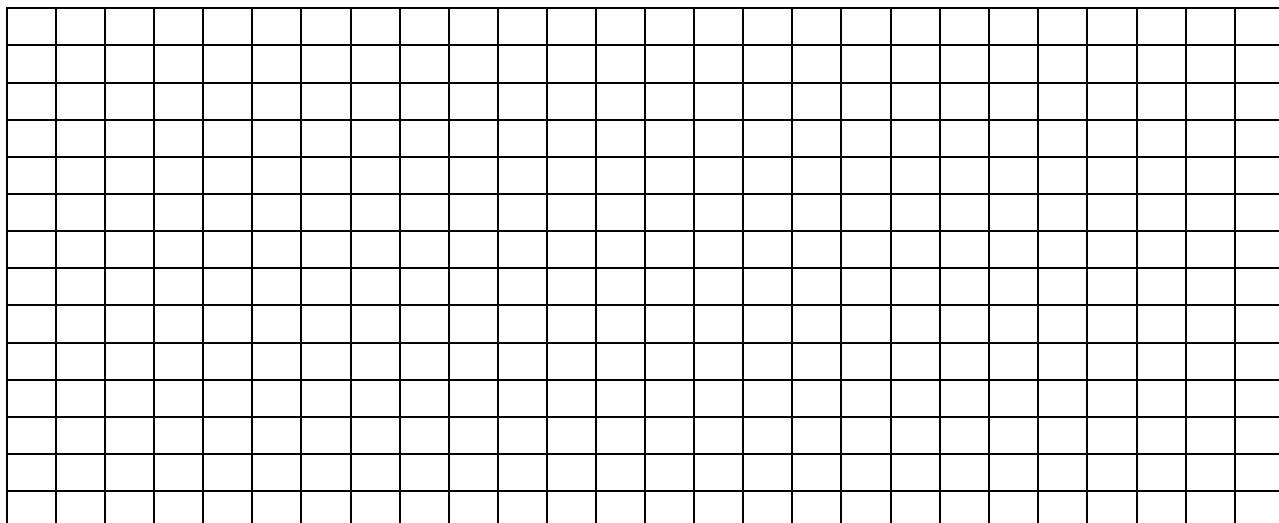






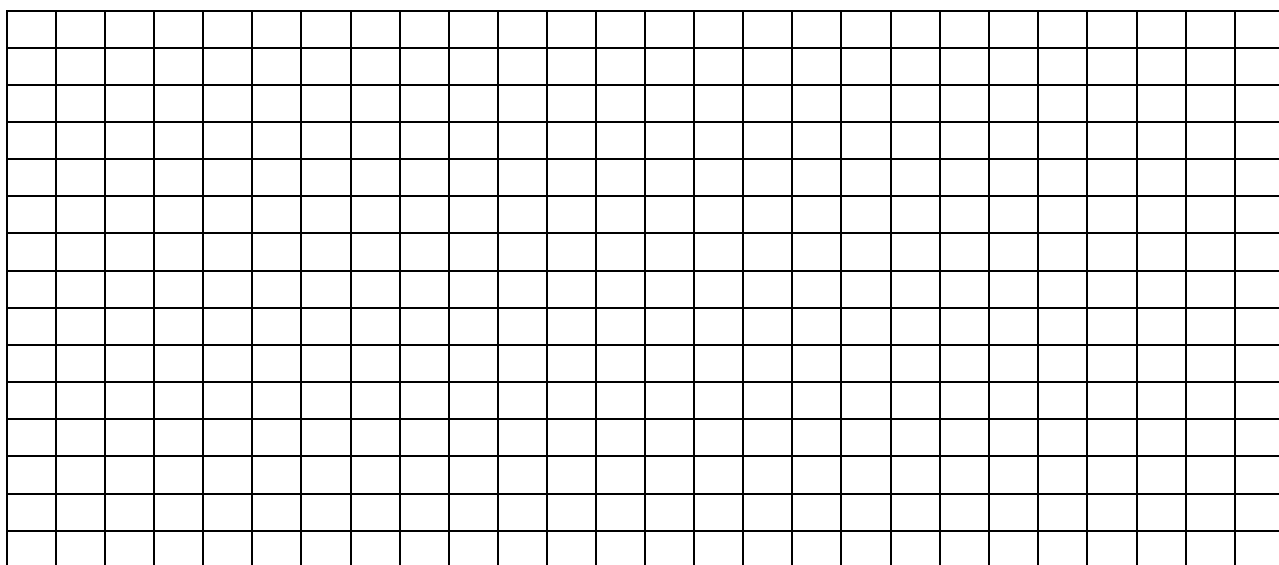
7) O croitoreasă a achiziționat în prima zi 4 m pânză și 12 m stofă care au costat 584 lei . A doua zi a achiziționat 2 m pânză și 7 m stofă plătiind suma de 337 lei. Cât costă un metru de pânză și cât costă un metru de stofă?

*R:pânză=11lei , stofă=45lei*



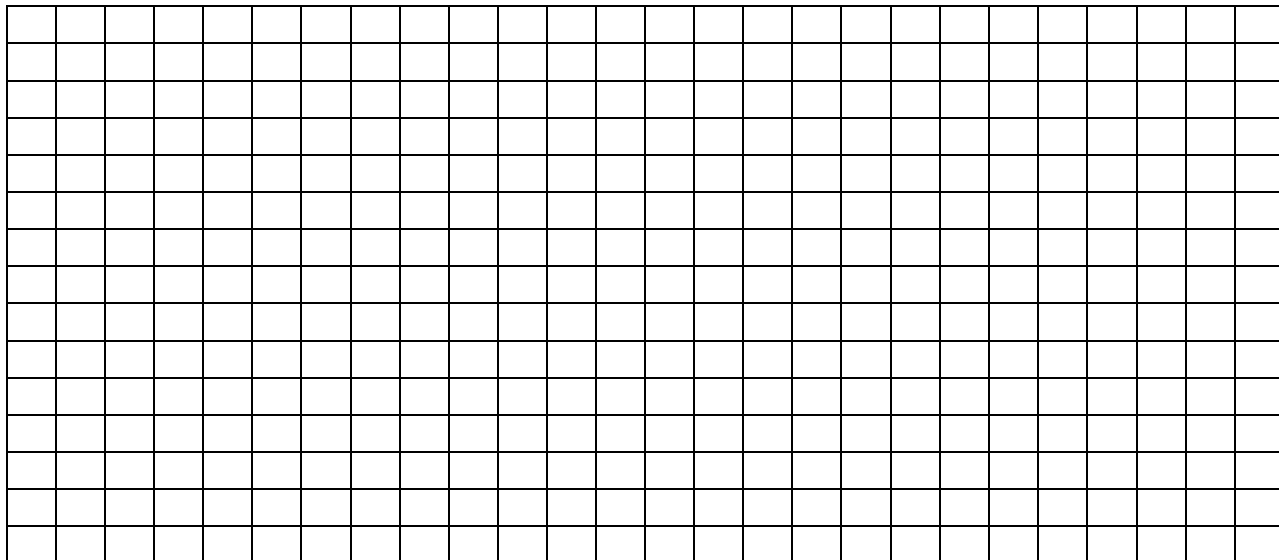
8) Pentru confecționarea a 4 bluze și 2 fuste s-au folosit 22 m de material , iar pentru 5 bluze și 6 fuste s-au folosit 38 m de material. Câți m de material s-au folosit pentru o bluză ? Dar pentru o fustă?

*R:bluză=4m, fustă=3m*



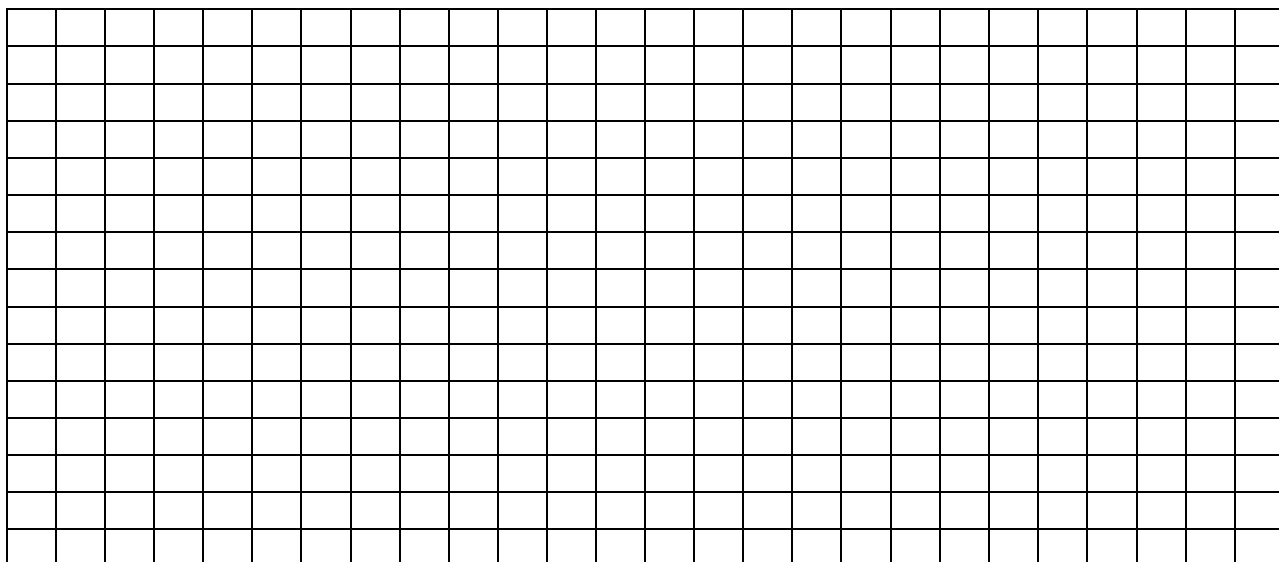
9) La un magazin alimentar s-au adus 3 saci cu făină și 5 saci cu orez ,cântărind 280kg. A doua zi s-au adus 3 saci cu făină și 2 saci cu orez , cântărind 184 kg. Cât cântărește un sac cu făină ? Dar unul cu orez?

*R:făină=40kg,orez=32kg*



10) 4 caiete și 6 pixuri costă 38 lei , iar 2 caiete și 5 pixuri costă 25 lei. Cât costă un caiet și cât costă un pix?

*R: caiet=5lei, pix=3lei*



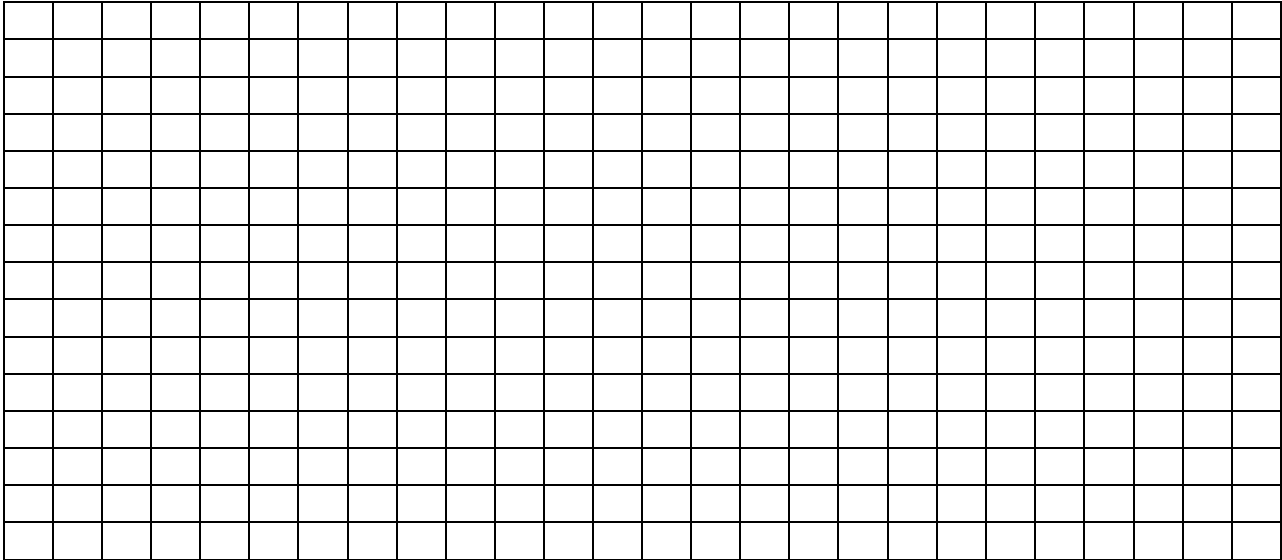






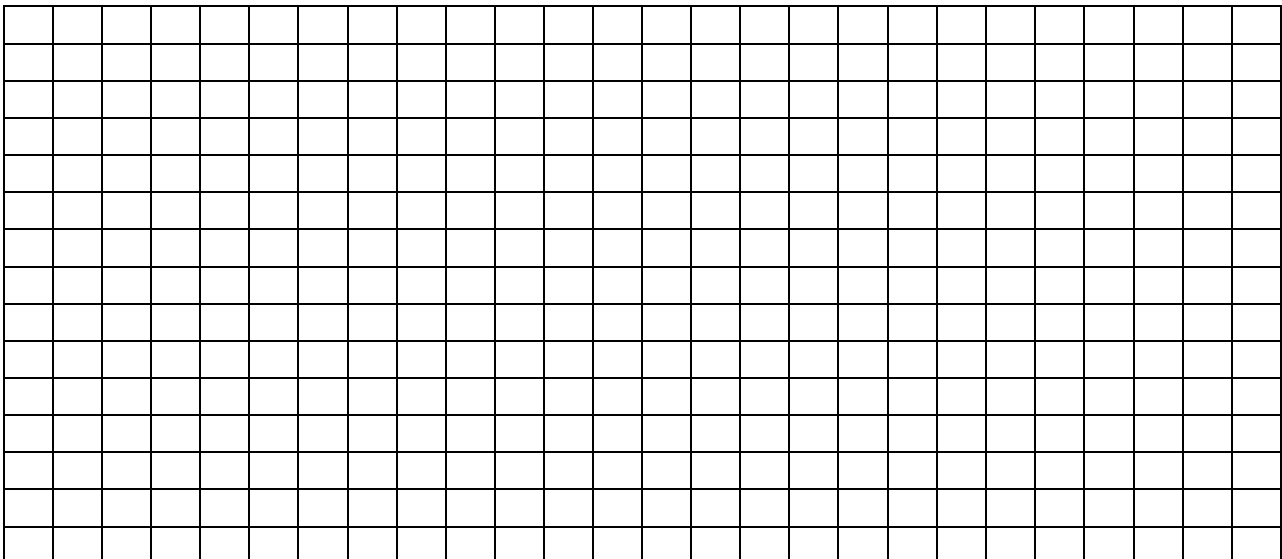
15) Dacă s-ar cumpăra 9 trandafiri și 7 margarete, s-ar plăti 59 de lei. Dacă s-ar cumpăra 3 trandafiri și 5 margarete, s-ar plăti 25 de lei. Cât costă un trandafir? Dar o margaretă?

*R: trandafir=5lei, margareta=2lei*



16) Pentru a cumpăra 7 caiete și 3 pixuri s-au plătit 23 de lei, iar pentru cumpărarea a 7 caiete și 8 pixuri de același fel s-au plătit 38 de lei. Care este prețul unui caiet?

*R: caiet =2 lei*







## PROBLEME CARE SE REZOLVĂ PRIN METODA GRAFICĂ

Exemplu :

În clasa noastră sunt 32 elevi. Numărul fetelor este de 3 ori mai mare decât numărul băieților.

Câte fete și câți băieți sunt în clasa noastră?

Dacă reprezentăm numărul băieților printr-un segment, atunci numărul fetelor trebuie reprezentat printr-un segment de 3 ori mai mare. Deci, în total, fetele și băieții sunt reprezentați de două segmente care însumează patru părți egale, o parte reprezentând chiar numărul băieților, iar trei părți, numărul fetelor.

Rezolvare:

Nr. băieți | \_\_\_\_\_ |

Nr. fete | \_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_ | } 24

$$1 + 3 = 4 \text{ (părți egale)}$$

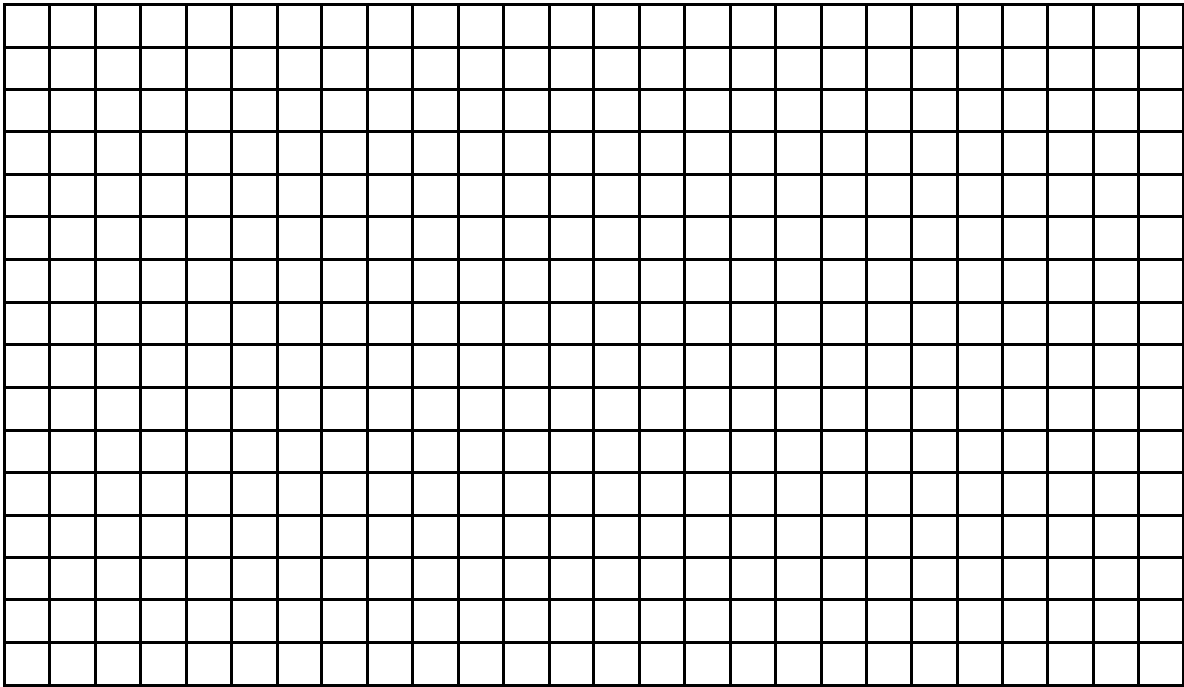
$$32 : 4 = 8 \text{ (numărul băieților)}$$

$$8 \times 3 = 24 \text{ (numărul fetelor)}$$

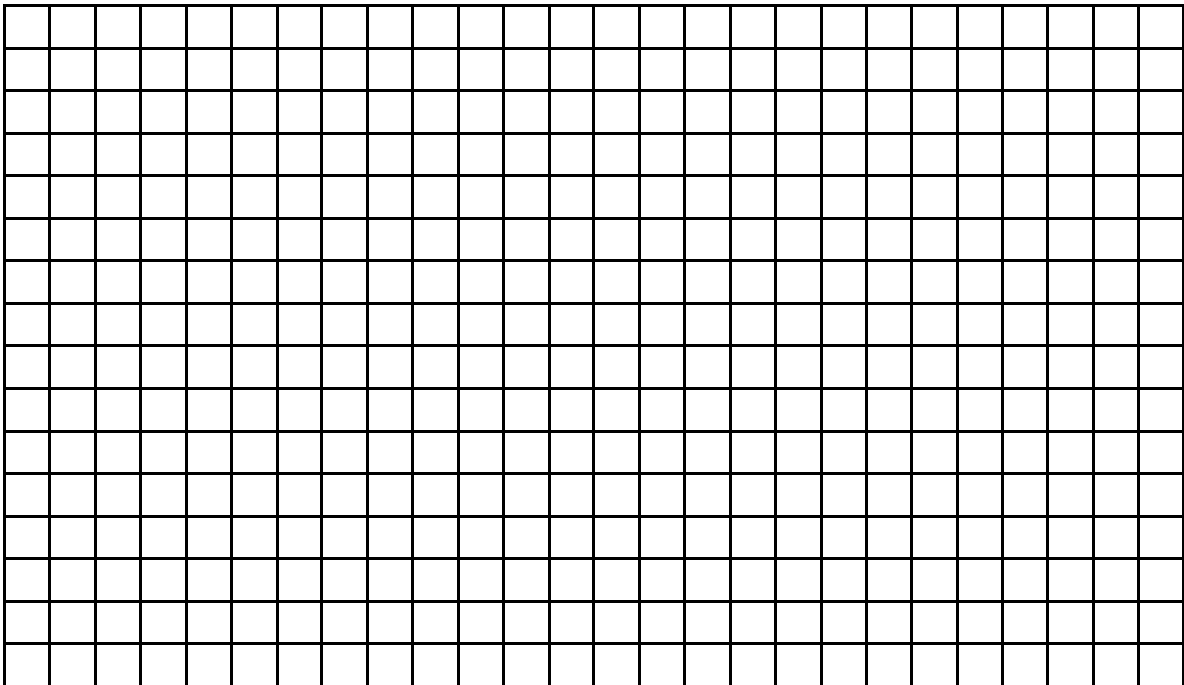
$$\text{Proba (verificare): } 24 + 8 = 32$$

*R: 24 fete; 8 băieți*

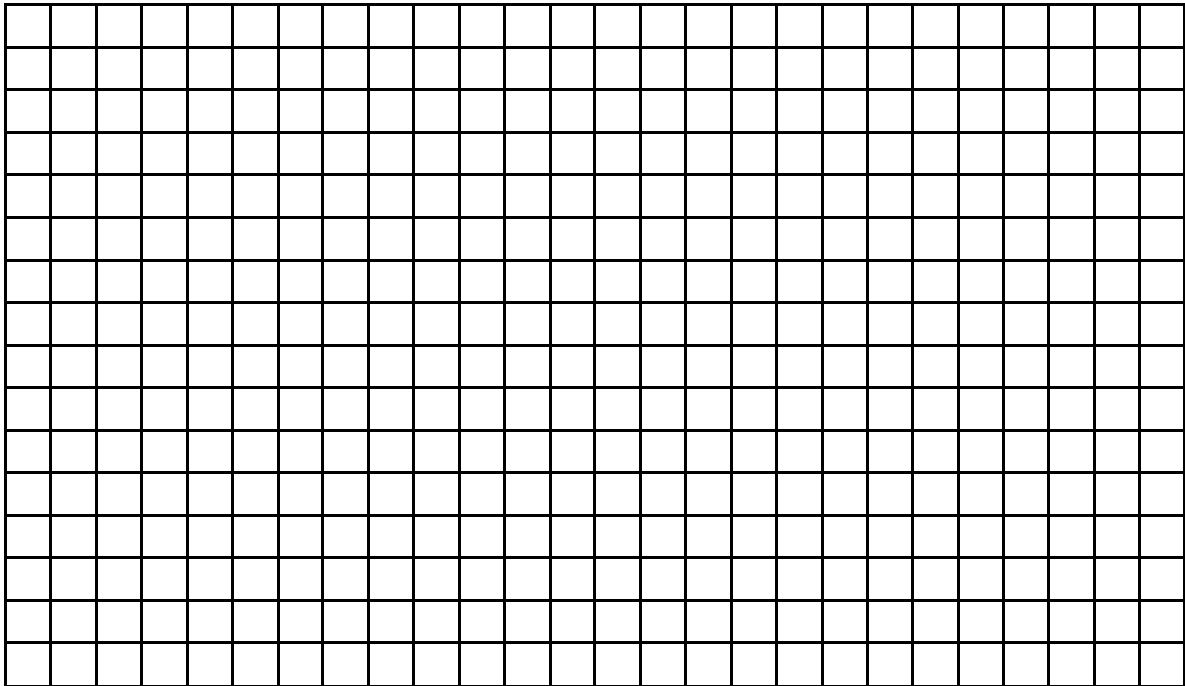
1. Ana și Ioana au cules 25 de lalele. Câte flori a cules fiecare fată, dacă Ioana a adunat cu 5 mai multe decât Ana ? (*R: 10; 15*)



2. Andrei și Sorin au 63 de timbre. Câte timbre are fiecare, dacă Andrei are cu 23 mai puține decât Sorin ? (*R: 20; 43*)

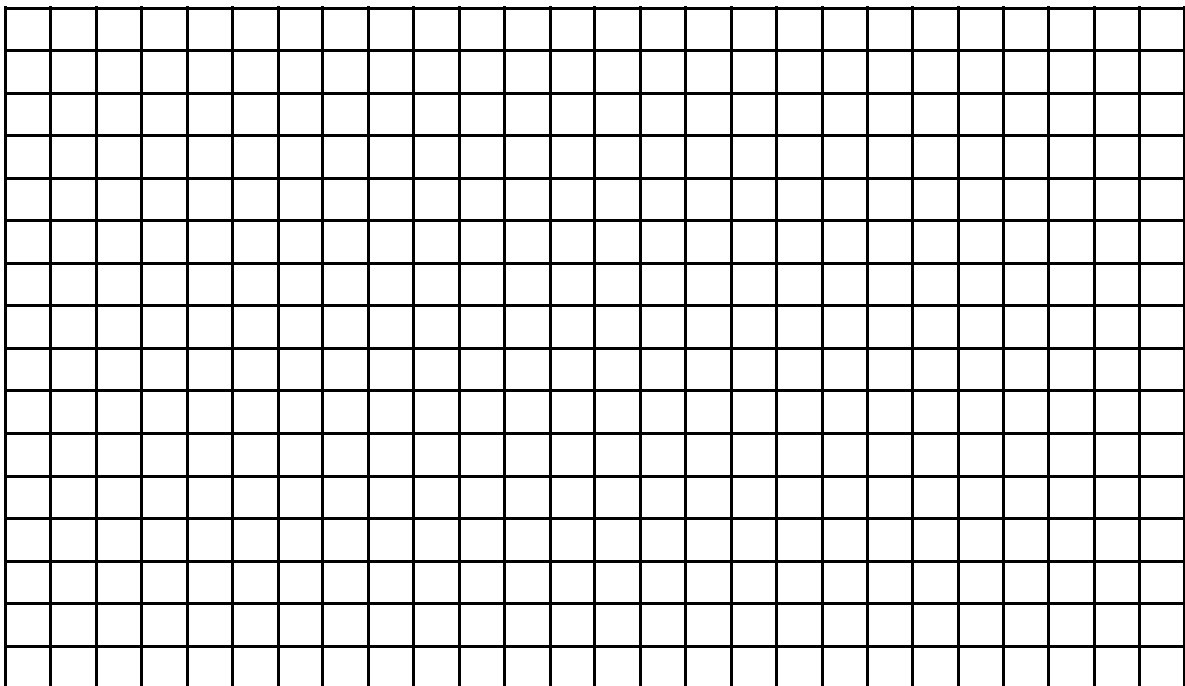


3. Suma a două numere este 34, iar diferența lor este 8. Care sunt numerele?(*R: 13; 21*)

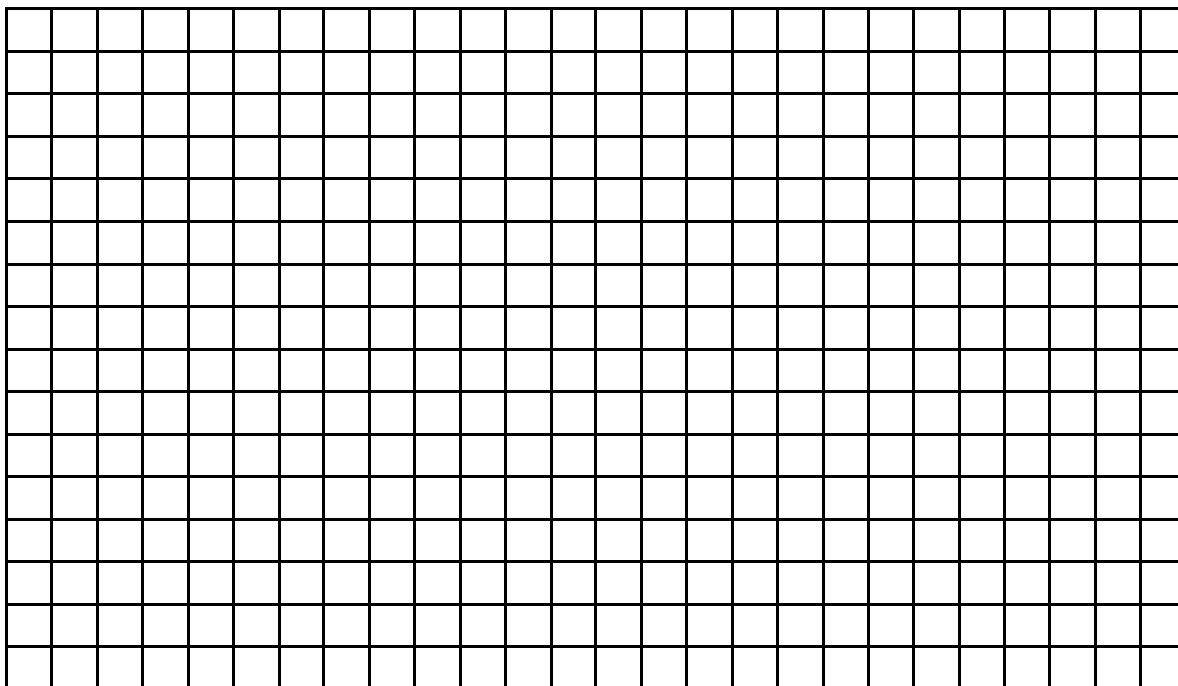


4. Doi frați au împreună 49 de lei. Câți lei are fiecare, dacă unul are cu 9 lei mai mult decât celălalt ?

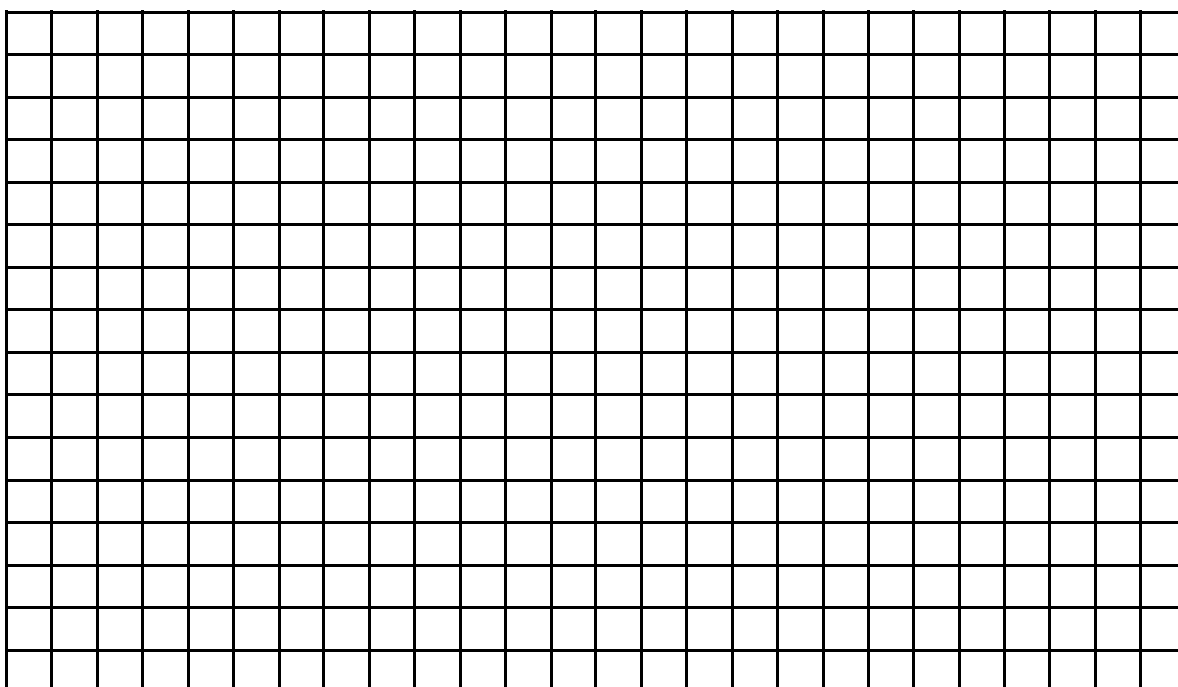
(*R: 20; 29*)



5. Miruna și Denisa au împreună 23 de plușuri. Știind că Miruna are cu 3 mai puține decât Denisa, câte plușuri are fiecare ?(R: 10; 13)

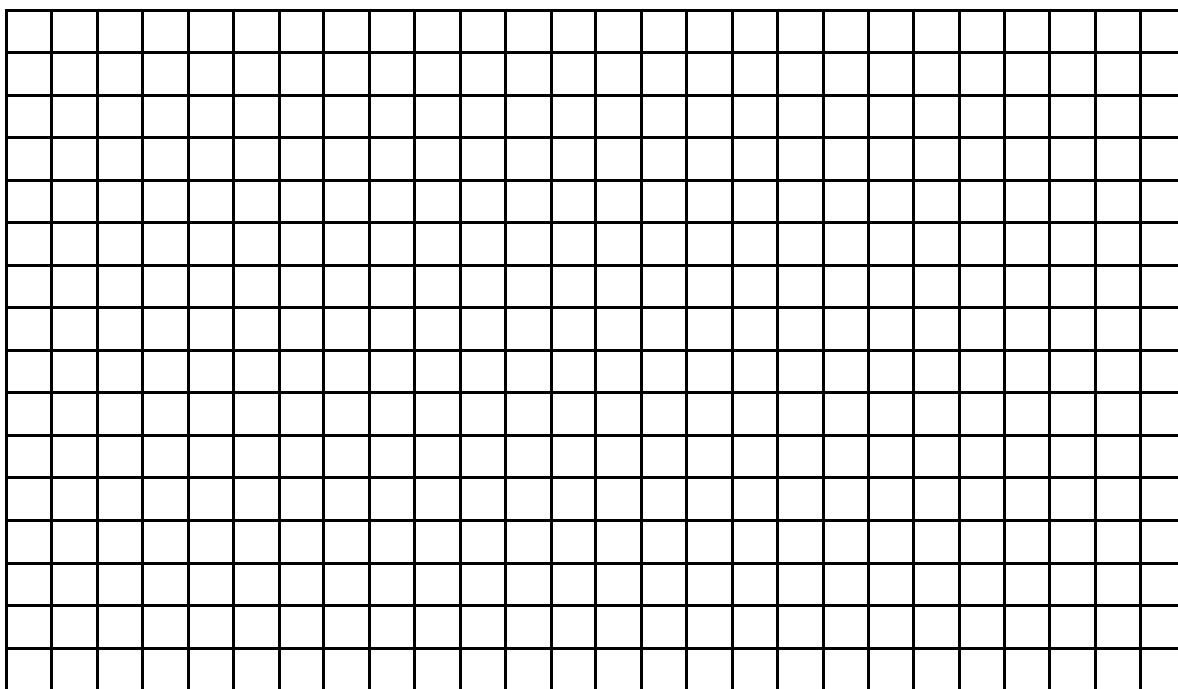


6. Suma a două numere naturale este 30. Dacă primul este de 4 ori mai mic decât al doilea, care sunt numerele? (R: 6; 24)

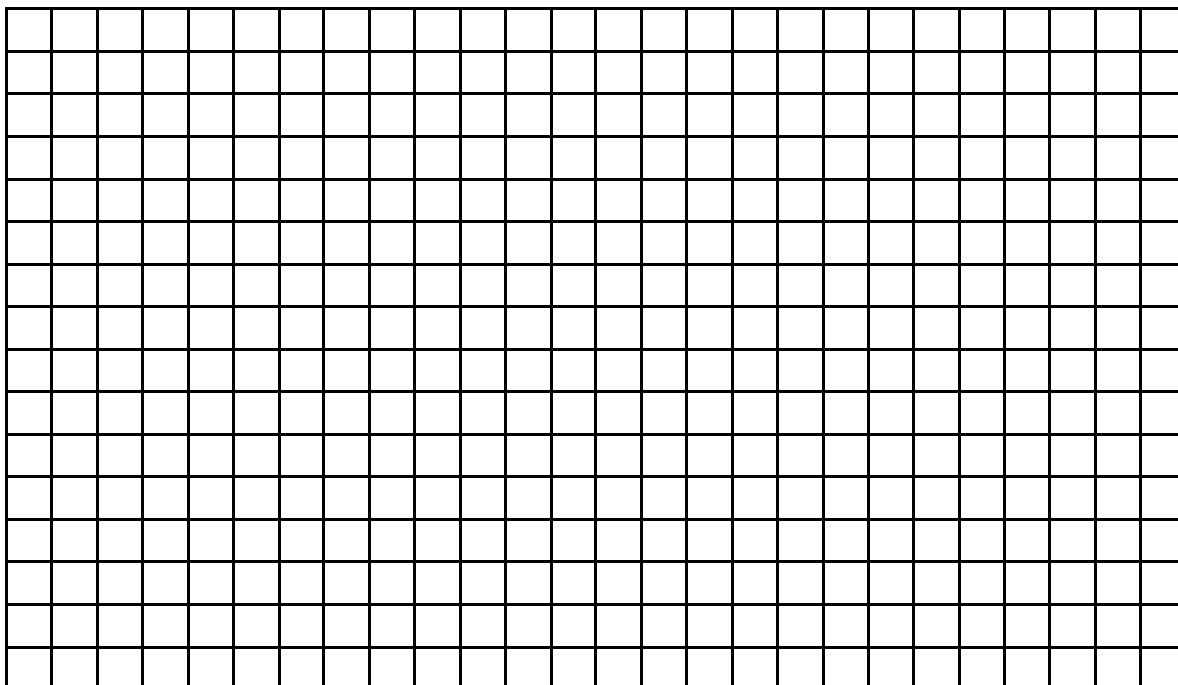




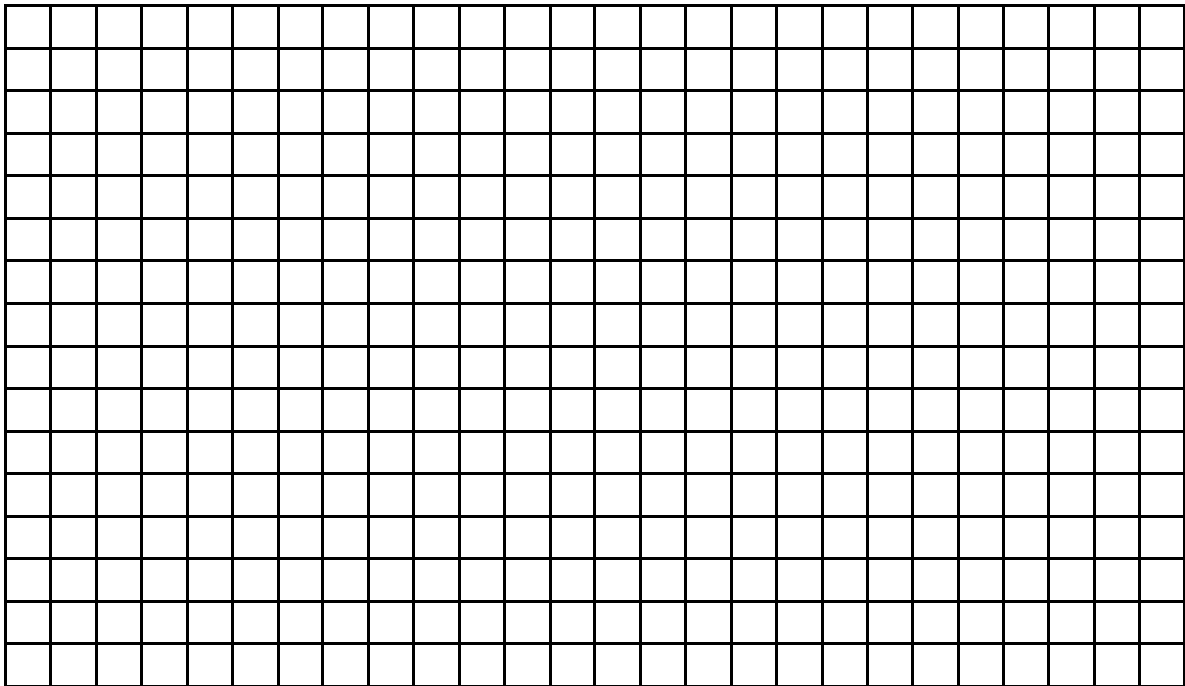
7. Într-o parcare sunt 63 de mașini negre și albe. Numărul celor negre este de 6 ori mai mic decât al celor albe. Câte mașini de fiecare fel sunt? (*R: 9; 54*)



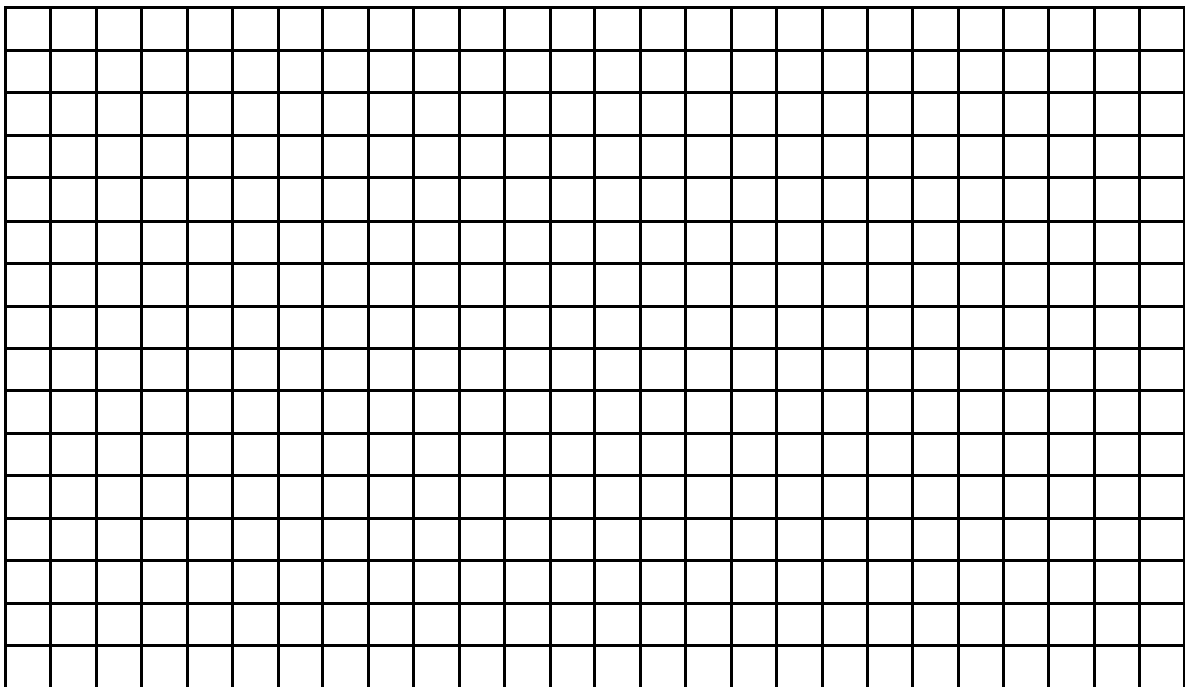
8. În livadă sunt 28 de pomi. Meri sunt un sfert din numărul perilor, iar caiși jumătate din numărul perilor . Câți pomi sunt din fiecare fel? (*R: 4; 8; 16*)



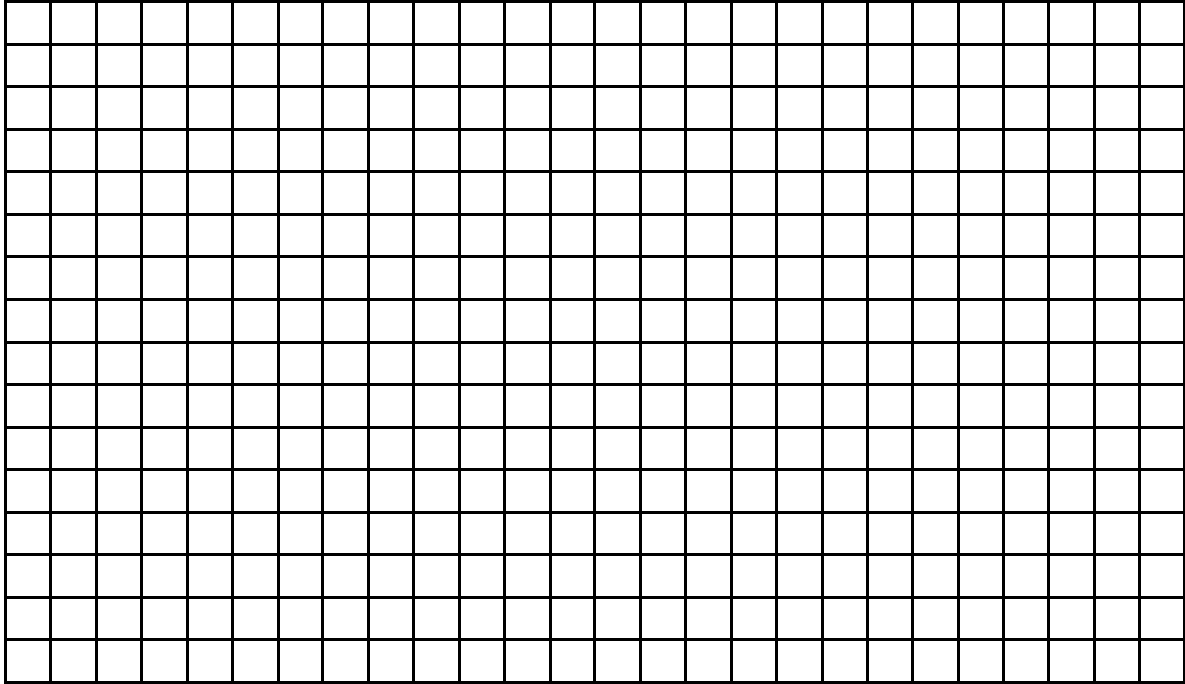
9. Ana are de 3 ori mai multe pere decât Raluca. Dacă Ana ar mânca 6 pere, atunci fetele ar avea același număr de pere. Câte pere are fiecare? (R: 3; 9)



10. Într-o livadă sunt 100 de meri, caiși, gutui și pruni. Dacă gutui sunt de două ori mai mulți decât meri, care sunt de trei ori mai puțini decât caiși, iar pruni sunt împătritul merilor, află câți pomi sunt din fiecare fel. (R: 10; 20; 30; 40)

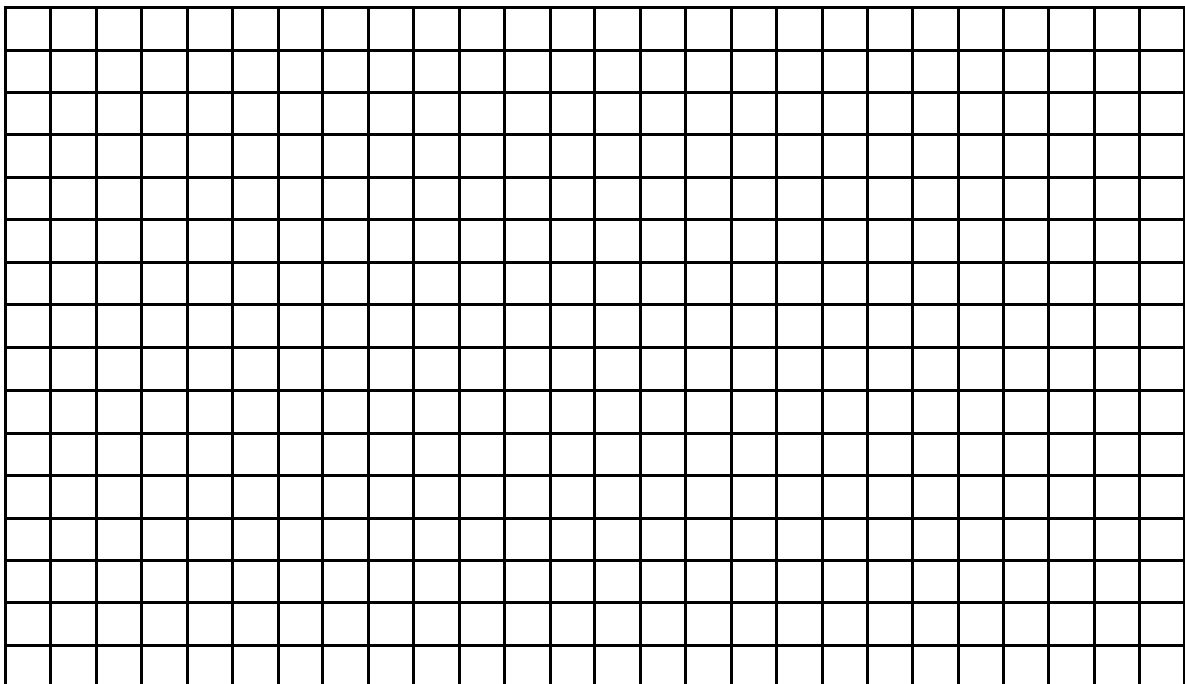


**11.** Într-o cutie sunt 56 de bile verzi și albe. Numărul celor albe este de 6 ori mai mare decât al celor verzi. Câte bile de fiecare fel sunt în cutie? (R: 8; 48)

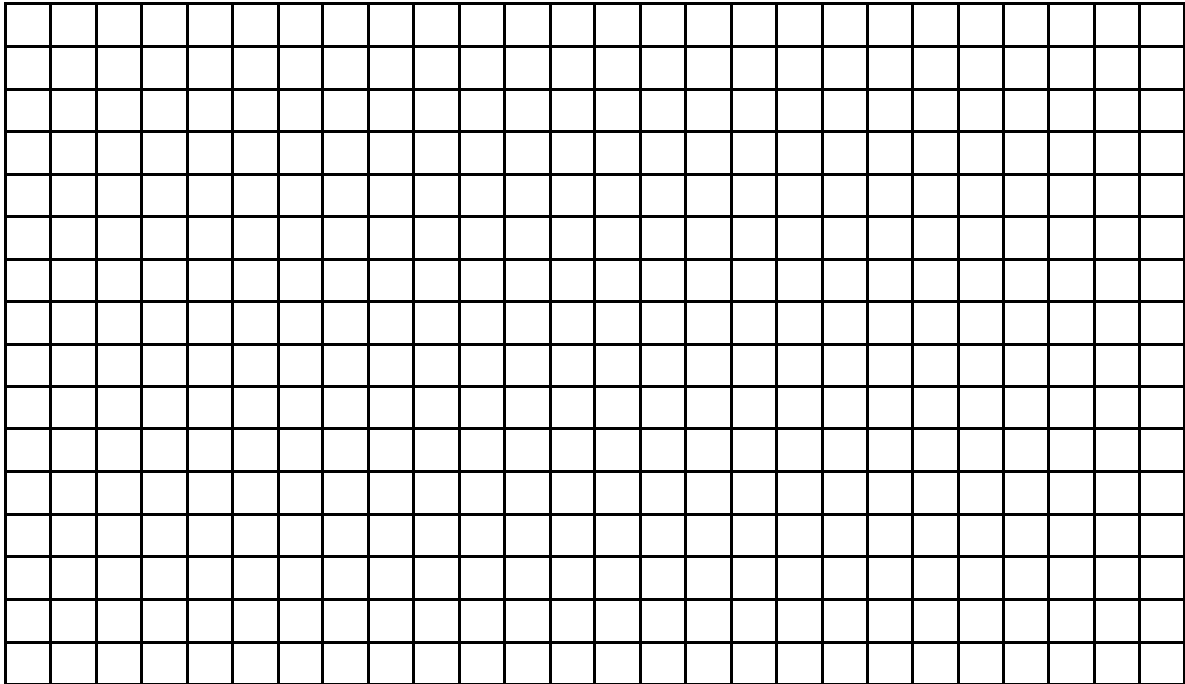


**12.** Vârsta mamei este de 3 ori mai mare decât vârsta fiului. Știind că mama și fiul au împreună 48 ani, câți ani are fiecare?

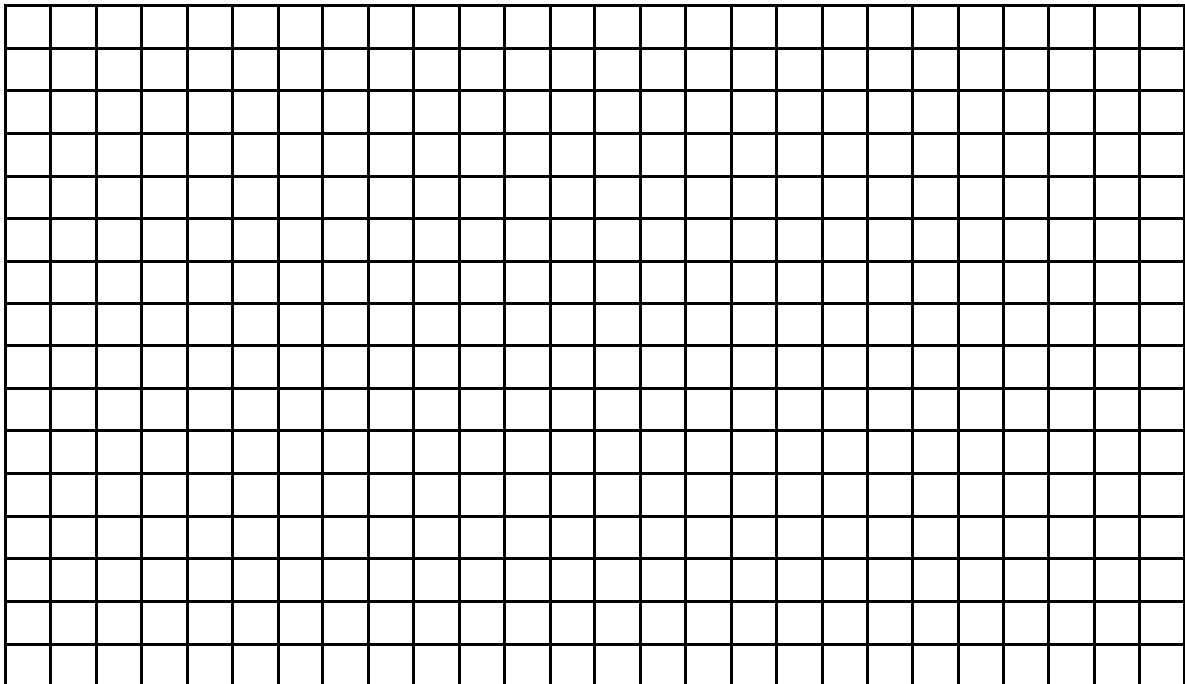
(R: 12; 36)



13. Suma a cinci numere naturale impare consecutive este 55. Care sunt numerele? (R: 7; 9; 11; 13; 15)

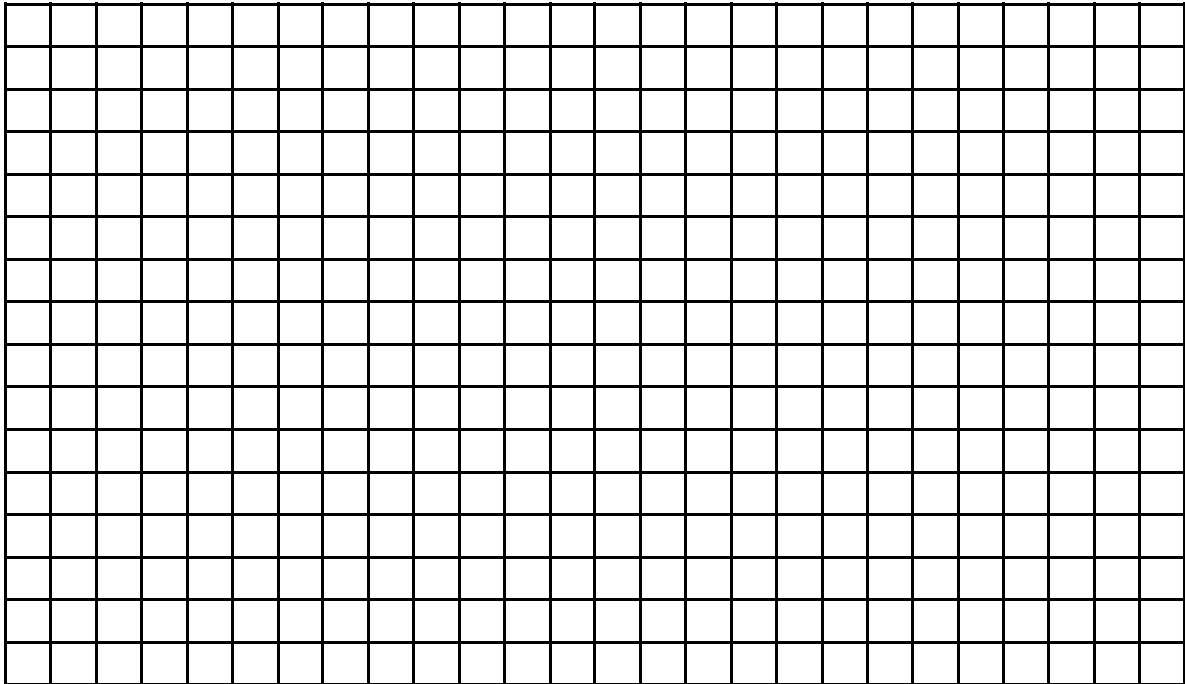


14. Două surori au împreună 26 ani. Una dintre ele are cu 4 ani mai mult decât cealaltă. Câți ani are fiecare?(R: 11; 15)

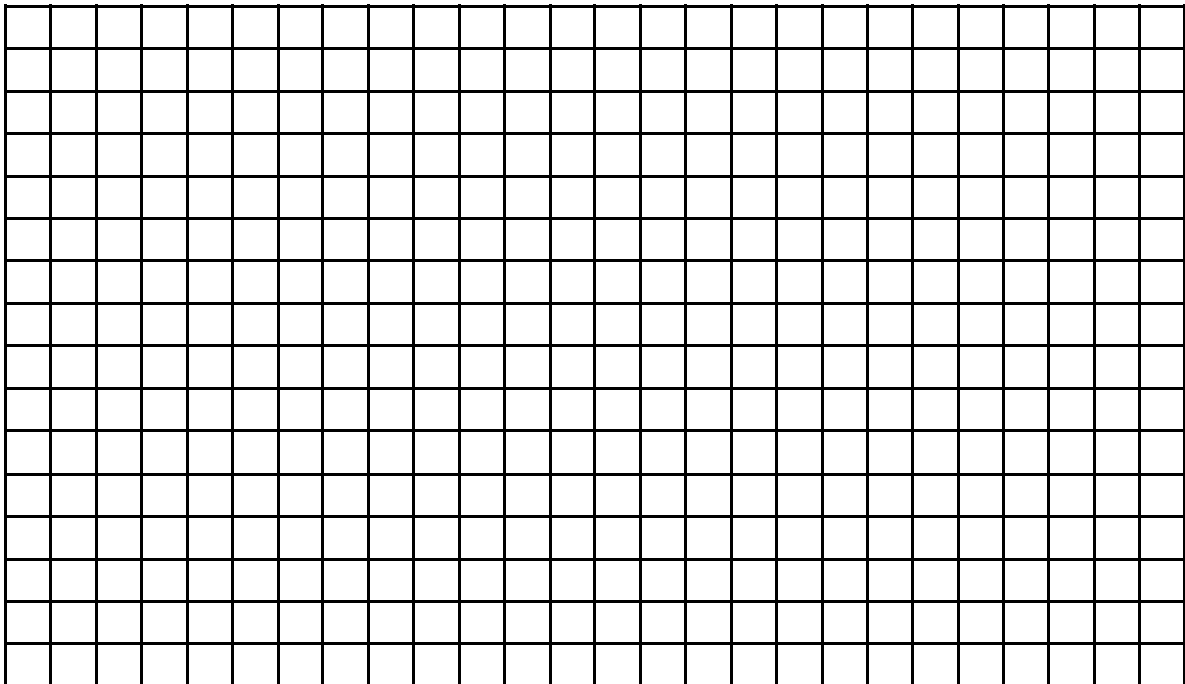


15. Suma a trei numere naturale consecutive este 30. Află cele trei numere.

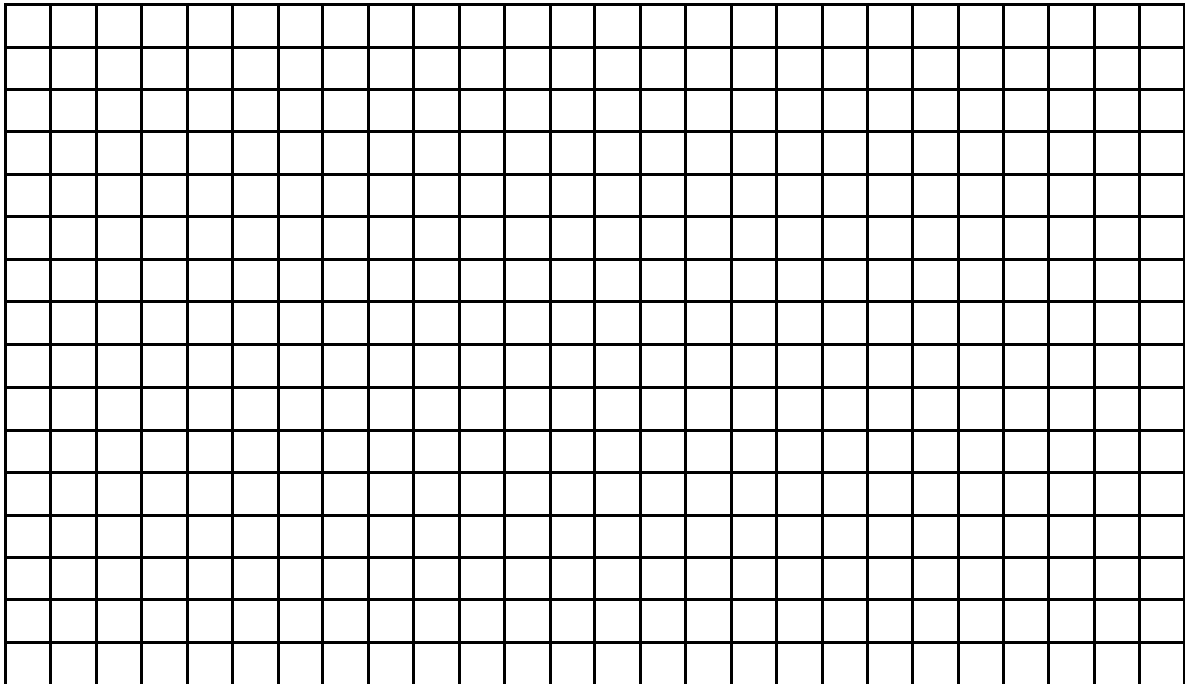
(R: 9; 10; 11)



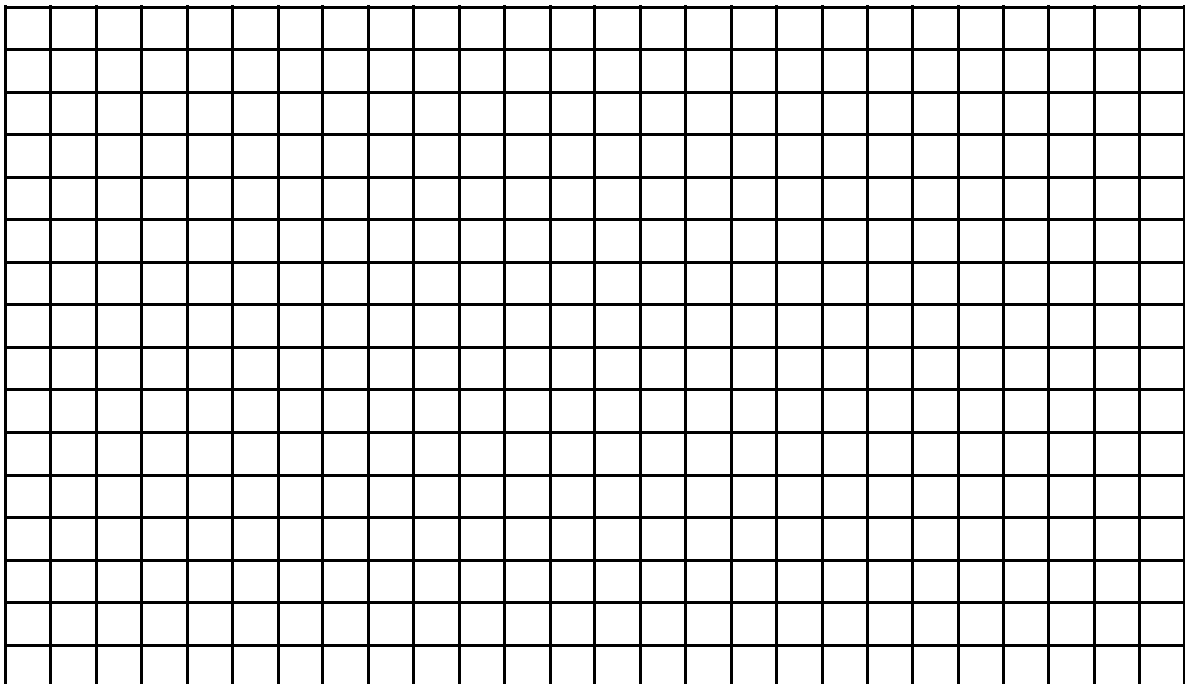
16. La un concurs participă 42 de sportivi. Români sunt de 6 ori mai mulți decât străini. Câți români și câți străini participă la concurs? (R: 6; 36)



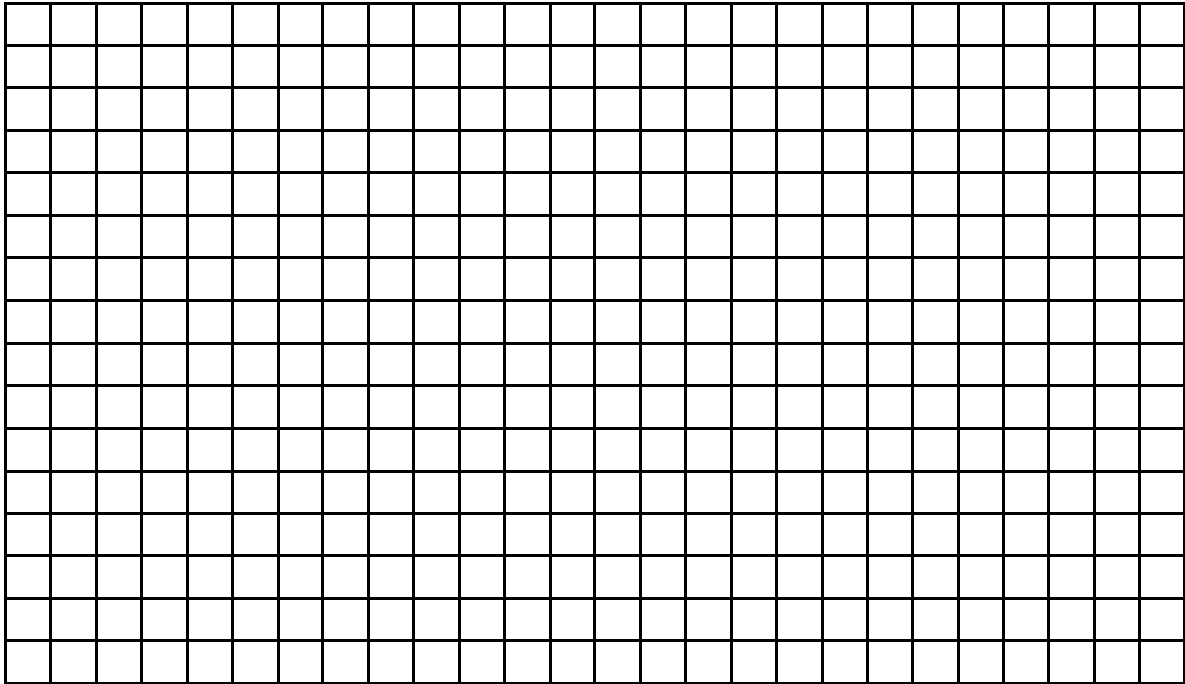
17. Suma a două numere naturale este 40, iar diferența lor este 20. Care sunt cele două numere? (*R: 10; 30*)



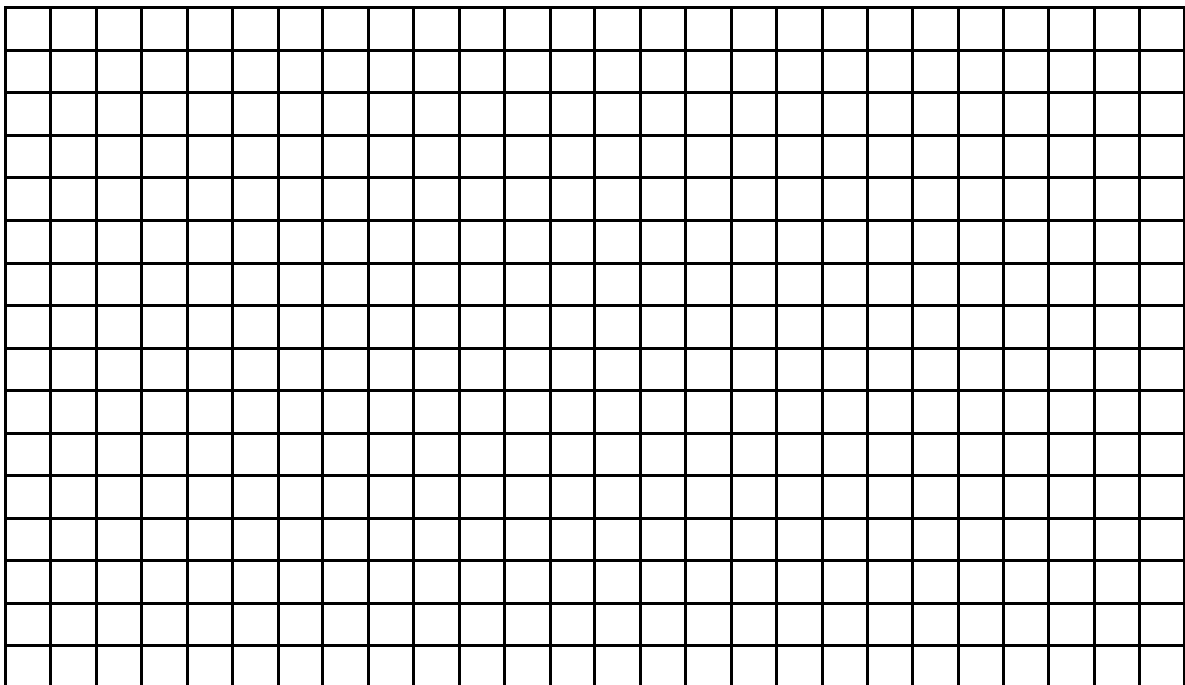
18.  
Suma a 5 numere consecutive este 25.  
Care sunt numerele? (*R: 3; 4; 5; 6; 7*)



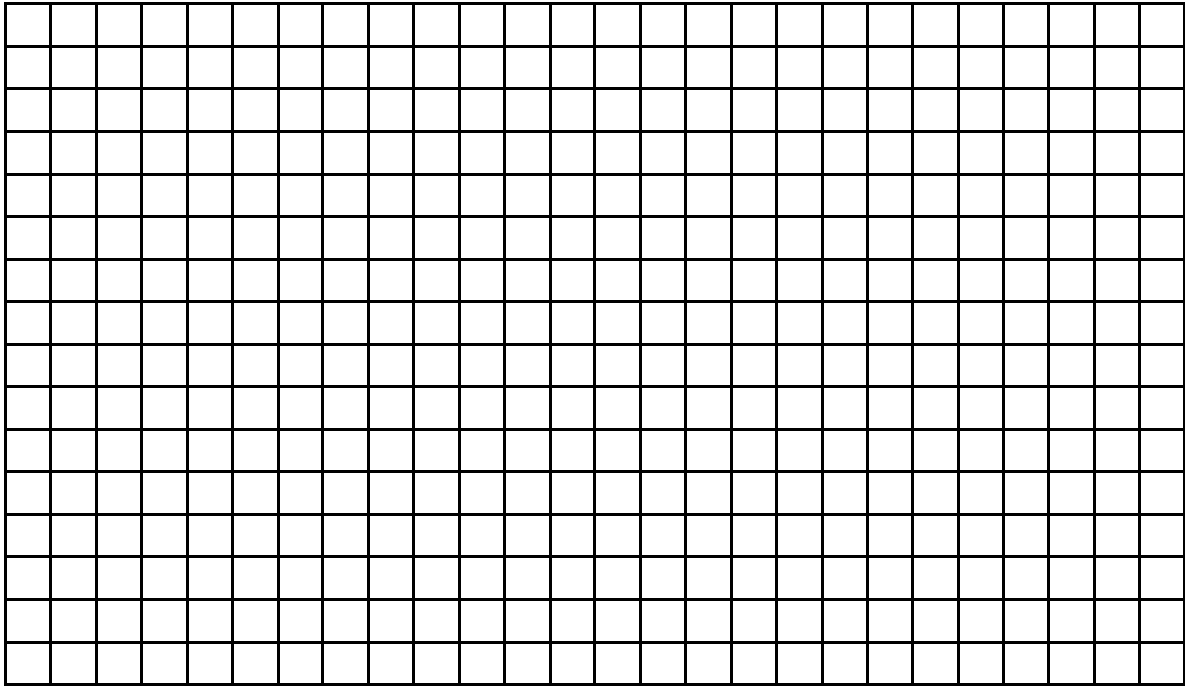
19. Trei frați au împreună 999 lei. După ce fiecare a cheltuit aceeași sumă, primul copil i-au rămas 50 lei, celui de al doilea 100 lei, iar al treilea a rămas cu 120 lei. Câți lei a avut fiecare copil la început? (R: 293; 343; 363)



20. Suma a două numere este 64. Împărțind numărul cel mare la cel mic, obținem câtul 3 și restul 4. Care sunt numerele?(R: 15; 49)



21. Monica se gândește la un număr, scade din el sfertul său și obține 693. La ce număr s-a gândit? (*R: 924*)



22. Suma vârstei părinților Dariei și a lui Marius este cât produsul vârstei copiilor lor. Daria este de 2 ori mai în vârstă decât Marius, care are 6 ani. Câți ani au părinții lor, dacă vârstele lor sunt numere naturale pare consecutive?

(*R: 35; 37*)

